

MECÂNICA GERAL - 2/2009

Teste 3

1. Deixa-se cair grãos de areia sobre uma correia transportadora. Estes grãos caem de uma altura desprezível a uma taxa de σ kg/s.

(a) Qual o módulo da força que deve ser aplicada à correia para que ela se mova com velocidade constante v ?

(b) Qual a energia cinética ganha por unidade de tempo pela areia?

(c) Que trabalho realiza a força obtida no item (a) por unidade de tempo? (Isto é, qual a potência desenvolvida pela força que age sobre a correia?)

(d) Neste processo, qual a energia convertida em calor por unidade de tempo?

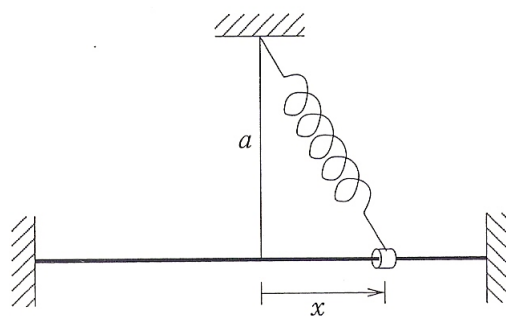
2. Uma conta de massa m , ligada a uma mola de constante elástica k e comprimento l quando relaxada, desliza ao longo de uma haste cilíndrica lisa. Use como coordenada generalizada o deslocamento horizontal x medido a partir da posição de máxima simetria.

(a) Escreva a lagrangiana deste sistema.

(a) Obtenha sua equação de movimento.

(c) Determine as posições de equilíbrio e discuta sua estabilidade nos casos $l > a$ e $l < a$.

(d) Determine a frequência de pequenas oscilações em torno de cada uma das posições de equilíbrio estável encontradas no item anterior.



3. Uma partícula de massa m se move sob a ação de uma força central atrativa de módulo $F(r) = C/r^4$, onde C é uma constante positiva, com momento angular l relativo ao centro atrator.

(a) Determine a expressão da energia potencial efetiva deste problema.

(b) Determine o raio da órbita circular possível para esta partícula nas condições do problema. Esta órbita é estável? Descreva o sentido dado à palavra *estável* neste contexto.

(c) Encontre o valor máximo do potencial efetivo.

(d) Suponha agora que a partícula se aproxima do centro atrator vinda de uma distância muito grande, com uma velocidade v_0 e parâmetro de impacto b . Determine o maior valor de b - chame-o de b_{max} - em termos de C , m e v_0 para o qual a partícula é capturada pelo potencial. Em palavras usadas pelos físicos nucleares, qual é a seção de choque de captura πb_{max}^2 para este potencial.

4. Uma barra horizontal de comprimento L e de massa desprezível pode girar em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. As conexões com o eixo mantêm a barra sempre na horizontal. Duas pequenas esferas, de massas m e $3m$ respectivamente, são presas às extremidades da barra horizontal. A plataforma que sustenta o eixo vertical e a barra estão inicialmente em repouso.

A partir de um certo instante, a plataforma passa a ter movimento com aceleração horizontal constante $\vec{a}$ perpendicular à posição inicial da barra.

(a) Determine o módulo e a direção das forças inerciais que aparecem atuando sobre as esferas quando o sistema é descrito a partir do referencial que se move solidário à plataforma acelerada.

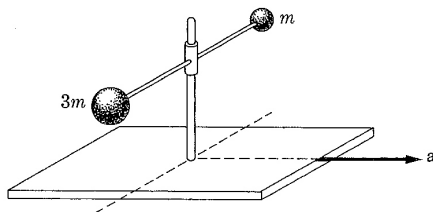
(b) Qual é, neste referencial, a aceleração angular inicial do movimento da barra (causada pelo movimento imposto à plataforma)?.

(c) Use o ângulo ϕ medido a partir da posição inicial da barra para determinar a posição instantânea da barra e encontre a equação de movimento da barra no referencial solidário à plataforma.

(d) No referencial acelerado, o trabalho realizado pelas forças inerciais pode ser calculado pela integral angular do torque resultante. Use esta ideia para determinar a velocidade angular da barra após ter girado de $\pi/6$.

(e) Determine a posição de equilíbrio do sistema e o período de pequenas oscilações em torno desta posição de equilíbrio.

(f) (ponto extra) Resolva o item (c) com o método lagrangiano.



5. Uma esfera é posta para deslizar sem rolar sobre uma superfície horizontal com atrito. Sua velocidade de translação inicial é V_0 e seu momento de inércia em relação ao centro de massa pode ser escrito na forma βMR^2 , onde β é uma constante e M e R são respectivamente a massa e o raio da esfera.

(a) Use como origem um ponto fixo sobre a superfície horizontal e determine o momento angular total inicial da esfera; sem fazer nenhuma hipótese sobre a dependência funcional da força de atrito, determine o torque total exercido sobre a esfera. O que pode ser dito sobre o momento angular total à luz destes cálculos?

(b) Determine uma expressão para o momento angular total da esfera para o instante em que ela começa a rolar sem deslizar em função da velocidade de seu centro de massa neste instante. Determine o módulo desta velocidade em função dos dados do problema.

(c) Determine a perda de energia cinética provocada pelo deslizamento.

(d) Agora suponha que o coeficiente de atrito cinético seja μ , uma constante. Determine quanto tempo decorre e que distância a esfera percorre antes de começar a rolar sem deslizar.

(e) (ponto extra) Calcule o trabalho feito pela força de atrito do item (d) e compare o resultado com o obtido no item (c).